Pezlar, Ivo

Je nemonotónní logika logikou?

Pro-Fil. 2012, vol. 13, iss. 1, pp. [41]-51

ISSN 1212-9097

Stable URL (DOI): https://doi.org/10.5817/pf13-1-297
Stable URL (handle): https://hdl.handle.net/11222.digilib/139064
Access Date: 04. 12. 2024
Version: 20220831

Je nemonotónní logika logikou?

Ivo Pezlar, FF MU Brno

Abstrakt: Nemonotónní logika vznikla za účelem systematicky zachytit tzv. zrušitelné uvažování, tj. typ každodenního uvažování, které vede jen k provizorně platným argumentům, jenž mohou být následně staženy s příchodem nových informací. Tím se ovšem nemonotónní logika dostává do ostrého kontrastu s klasickou logikou, která je monotónní, tj. žádné dodatečné premisy nemohou zrušit jednou již platné argumenty. To bylo pro mnohé dostatečným důvodem k tomu, aby nemonotónní logice upřeli status logiky. V tomto textu si ukážeme, že takový závěr je příliš unáhlený a že nemonotónní logika má právo se nazývat logikou.

Abstract: Nonmonotonic logic was devised in order to capture so called defeasible reasoning, i.e., sort of everyday life reasoning, which leads to tantatively valid arguments that can be later retracted in the light of new information. This brings nonmonotonic logic to sharp contrast with classical logic, which is monotonic, i.e., no additional premises can invalidate once already valid arguments. Many took this as a sufficient reason to claim that nonmonotonic logic is not really a logic. In this paper we try to show that such a conclusion is very hasty and that nonmonotonic logic has a right to call itself a logic.

Klíčová slova: nemonotónní logika, nemonotónní uvažování, zrušitelné uvažování, klasická logika

Keywords: nonmonotonic logic, nonmonotonic reasoning, defeasible reasoning, classical logic

Po staletí byla klasická logika nahlížena jako měřítko lidské racionality. Myslet racionálně znamenalo myslet logicky, myslet logicky znamenalo myslet po vzoru klasické logiky a myslet po vzoru klasické logiky znamenalo myslet deduktivně, resp. monotónně.

Třebaže se logika postupně zbavila této idealizované role a získala mnohem užší vymezení jako disciplína zabývající se vyplýváním a logickým důsledkem či obecněji principy platných argumentů, ideál klasické logiky jako té jediné logiky, která určuje platné úsudky, zůstal v pozadí. Tradiční předpoklad byl zkrátka ten, že člověk je racionální jen do té míry, do které se drží zákonů klasické logiky, a že je tu jen jeden typ logického důsledku, a to ten klasický, deduktivní, monotónní.

V 60. letech minulého století si ovšem začala filosofie a tehdy se teprve formující umělá inteligence nezávisle na sobě uvědomovat, že klasická logika nebude pro zkoumání racionality (v rámci filosofie) a vytvoření umělého racionálního agenta (v rámci umělé inteligence) stačit. Jinými slovy, ukázalo se, že racionalita a klasická logika zdaleka netvoří tak nerozlučnou dvojici, jak se dříve předpokládalo.

V rámci filosofie vedlo toto uvědomění ke zkoumání tzv. *zrušitelného uvažování* (defeasible reasoning), resp. zrušitelných argumentů, zatímco víceméně analogické zkoumání v oblasti umělé inteligence a logiky se uchytilo pod označením *nemonotónní uvažování*, resp. *nemonotónní logika*.[1]

Jeden podstatný rozdíl tu ovšem byl. Zatímco filosofie se zaměřila spíše na zrušitelnost mezi argumenty, umělá inteligence a logika se zabývala zrušitelností mezi premisami a závěrem v rámci jednoho argumentu. My se zde budeme zabývat jen druhým zmíněným přístupem, a budeme tedy spíše navazovat na onu logickou tradici v tom smyslu, že budeme zkoumat principy zrušitelných argumentů, nikoli proces zrušitelné argumentace jako takové.[2]

Základní myšlenka v pozadí obou přístupů byla ovšem stejná, a to, že s přibývajícími premisami mohou ubývat, tj. *být zrušeny*, dříve odvozené závěry. Jinými slovy, oba přístupy postrádaly *monotónnost*. Jejich cílem bylo vlastně vytvoření takového systému, který by připouštěl vyvozování jakýchsi provizorních závěrů, které mohou být následně staženy při dodání nových premis, avšak bez nutnosti zavrhovat ty dříve přijaté.

Uvažme následující příklad. Mějme tvrzení:

(f) Fido je pes.

Z takového tvrzení bychom mohli intuitivně odvodit řadu závěrů, např. Fido je savec, Fido je teplokrevný či Fido má čtyři nohy. Předpokládejme, že se ale dále dozvíme, že

(f_1) Fido přišel při autonehodě o jednu nohu.

Tvrzení (f) stále platí a stále je možné odvodit, že Fido je teplokrevný savec, ale nikoli už, že má čtyři nohy, neboť jsme se právě dozvěděli, že má nohy jen tři.

Někdo by mohl ovšem namítnout (do určité míry i oprávněně), že poslední závěr jsme nikdy ani neměli právo odvodit. To je přísně vzato, z hlediska klasické logiky, pravda, jelikož z toho, že Fido je pes, nevyplývá nutně to, že má čtyři nohy. Jinými slovy, je možné být psem

[1] Ve filosofickém kontextu to byl pravděpodobně John L. Pollock (1940–2009), který se jako první zabýval konceptem zrušitelnosti systematickým způsobem, kdežto pionýrem nemonotónní logiky v rámci umělé inteligence byl John M. McCarthy (1927–2011). Nebyla to ovšem epistemologie, ani tehdy vznikající umělá inteligence, která koncept zrušitelnosti uvedla na scénu, ale filosofie práva, konkrétněji H. L. A. Hart (1907–1992), viz Hart (1951), popř. Loui (1995). Vedle toho také vznikala *teorie racionální usuzování* (belief revision), viz Alchourrón, Gärdenfors, Makinson (1985), ale tou se zde zabývat nebudeme, neboť se primárně zaměřuje spíše na zkoumání aktualizace znalostní báze, nikoli zrušitelného odvozování.

[2] Nebudeme zde tedy navazovat na tradici Pollocka, ale spíše McCarthyho. Více o alternativním, „argumentovém" přístupu viz např. Chesñevar at al. (1999) či Prakken & Vreeswijk (2002).

a nemít všechny čtyři nohy. Nicméně skutečnost je taková, že pokud nám někdo řekne, že Fido je pes a nedodá žádné další informace, většina z nás přispěchá, „skočí“ k závěru, že Fido je čtyřnohý teplokrevný savec. Běžně totiž odvozujeme nejen z toho, co je explicitně uvedeno, ale i z toho, co explicitně uvedeno není. Jinými slovy, máme tendenci uvažovat s předpokladem, že věci se budou chovat a mít tak nějak *normálně*, tj. tak, jak od nich očekáváme (že psi budou mít čtyři nohy, že tramvaje budou jezdit…), dokud není uvedeno jinak.

Úsudky jako ten výše, kdy vlastně *skáčeme k závěrům*, ať už v důsledku neúplnosti, absence jistých informací či z jakýchkoli jiných důvodů, jsou právě příkladem něčeho, co můžeme nazvat *zrušitelnými* neboli *nemonotónními argumenty*.

A přestože takovýmto způsobem probíhá naše každodenní usuzování, je to něco mimo dosah klasické logiky.[3] Z toho, že něco je pes, běžně odvozujeme i to, že to má čtyři nohy. Otázkou ale je, jakou *logiku* (jaké pojetí důsledku) k tomuto odvození používáme, neboť už víme, že klasická deduktivní logika to být nemůže. Cíl nemonotónní logiky je v tomto ohledu tedy jednoduchý, totiž uspět tam, kde klasická logika selhává, tj. pokusit se zachytit, jak běžně uvažujeme my jakožto racionální agenti.

Opravdu je ale potřeba zavádět nějakou nemonotónní logiku a vzdát se staré, dobré a léty ověřené klasické logiky? Nešlo by onen koncept normálnosti, resp. obvyklosti, který je v pozadí nemonotónní logiky, přeci jen nějak zachytit v klasické logice, např. tak, že bychom definovali něco jako „obvyklého psa“, tj. takového psa, který není v žádném ohledu neobvyklý (tj. má čtyři nohy atd.)? Můžeme to vyzkoušet:

Pokud je *x* pes a *x* není neobvyklý pes, pak má čtyři nohy.
x je neobvyklý pes, jestliže *x* nemá nohu nebo *x* nemá dvě nohy nebo …
<u>Fido je pes</u>
Fido má čtyři nohy.

Formálněji:

$$\forall x\ \textsc{Pes}(x) \wedge \neg\textsc{Neobvyklý-Pes}(x) \rightarrow \textsc{Čtyři-Nohy}(x)$$
$$\forall x\ \textsc{Neobvyklý-Pes}(x) \leftrightarrow \textsc{Bez-Nohy}(x) \vee \textsc{Bez-dvou-Noh}(x) \vee \ldots$$
$$\underline{\textsc{Pes}(\text{Fido})}$$
$$\textsc{Čtyři-Nohy}(\text{Fido})$$

Tento úsudek je ovšem v klasické logice stále neplatný. Opomeneme-li očividné potíže s explicitním definováním toho, co to znamená být neobvyklý pes, stále tu zůstane onen hlavní problém, a to, že úsudek výše nebude platný do té doby, dokud explicitně nedoložíme i premisu, že Fido není neobvyklý, tj. museli bychom rovněž uvést i to, že

$$\neg\textsc{Neobvyklý-Pes}(\text{Fido})$$

[3] To samozřejmě není nějaká výtka vůči klasické logice jako takové, ta byla rozvinuta s jiným cílem, a to především pro zachycení matematického uvažování, a tento svůj úkol plní stále více než dobře. Problém ovšem nastává v tom okamžiku, když ji chce někdo užít i v oblastech, pro které nebyla navržena.

Nicméně, jak už jsme si řekli, takovým způsobem neuvažujeme. V rámci každodenního uvažování se spoléháme nejen na ty premisy, které nám byly poskytnuty, ale i na ty informace, které nám poskytnuty nebyly. Jinými slovy, při našem běžném usuzování se řídíme tím, co víme, ale i tím, co nevíme. Běžně odvozujeme např. to, že vlak nemá zpoždění na základě absence informace o tom, že by měl zpoždění. A to je koncept, který je klasické logice zcela cizí.

Konkrétněji řečeno, chtěli bychom být schopni odvodit, že Fido má čtyři nohy i tehdy, když nemáme žádné informace o tom, že Fido je neobvyklý pes. A to aniž bychom museli předem doložit, že Fido není neobvyklý pes. Jinými slovy, chceme vlastně *skočit* k závěru, že Fido je čtyřnohý pes. To je ale mimo dosah klasické logiky.

Pokud to tedy celé shrneme, chceme takovou logiku, která by nám umožnila odvodit, že Fido má čtyři nohy i v takové situaci, kdy nemáme žádné informace o tom, zda je Fido neobvyklý pes, a to bez nutnosti prvně doložit, že je obvyklý pes. Jinými slovy, chceme logiku operující s implicitním předpokladem, že není-li explicitně uvedeno jinak, vše se chová tak nějak obvykle, normálně, tj. dle očekávání uvažujícího agenta. Jde tedy vlastně o uvažování, které se opírá o absenci premis stejně jako i o jejich přítomnost.

Chceme tedy takovou logiku, ve které bude úsudek jako

Fido je pes.
Psi mají čtyři nohy.
Fido má čtyři nohy.

platný. Jinými slovy, chceme nemonotónní logiku.

Můžeme tedy říci, že nemonotónní logika se pokouší o explikaci,[4] resp. systematické zachycení, konceptu „skákání k závěrům“, který je zcela nepostradatelný v našem každodenním uvažování a který je v kontrastu s klasickou logikou, jež ke každému závěru dochází krůček po krůčku.

Nemonotónní logika se tak může mnohým na první pohled jevit jako *contradictio in adjecto*,[5] koneckonců skákání k závěrům, kdy nikdy předem nevíme, jestli provizorní, zrušitelný závěr, na kterém přistaneme, bude pravdivý či nikoli, je opakem principu, na kterém stojí klasická logika, tj. postupné odvozování závěrů s konstantní mírou jistoty.

Tím se dostáváme k hlavnímu cíli tohoto textu. Nepůjde nám přímo o zachycení konceptu „skákání k závěrům“, ale položíme si obecnější otázku, a to do jaké míry (a pokud vůbec) lze považovat nemonotónní logiku za logiku, resp. do jaké míry je monotonie nutnou podmínkou logiky. Ústřední otázka tak bude znít: *Je nemonotónní logika skutečně logikou*? Středem naší pozornosti tedy nebude monotónní logika jako taková, ale její vztah ke klasické

[4] Explikací zde budeme chápat určité zpřesnění již existujících, byť nepřesných pojmů, resp. jako přiřazení adekvátních rigorózních pojmů pojmům pre-teoretickým. Příkladem z matematiky může být např. explikace pojmu uspořádaná dvojice pomocí množinově-teoretických pojmů, konkrétněji pomocí $\{\{x\}, \{x, y\}\}$.
[5] Ohledně kritiků nemonotónní logiky viz např. Israeli (1980), popř. pak sekce „Objections to nonmonotonic inference“ v Ginsberg (1987) či sekce „Some objections“ v Reiter (1987).

logice, neboť jsou to právě principy klasické logiky (monotónnost, nezrušitelnost), kterým se nemonotónní logika protiví a z jejichž pozice je kritizována.

Abychom však na tuto otázku mohli odpovědět, bude třeba nejdříve zodpovědět následující tři podotázky, které se okamžitě nabízejí:

1. Co budeme pojímat jako klasickou logiku?
2. Co budeme pojímat jako nemonotónní logiku?

a samozřejmě:

3. Na základě čeho je budeme srovnávat?

Poslední, třetí otázku můžeme zodpovědět už nyní. Na začátku jsme si řekli, že logika se obecně zabývá vyplýváním, resp. platnými argumenty, které jsou na pojmu vyplývání závislé. Budeme tedy srovnávat pojetí vyplývání, resp. logického důsledku, a platného argumentu v klasické logice s pojetím vyplývání a platného argumentu v nemonotónní logice.[6] Hledání odpovědí na první dvě otázky pak bude úkolem zbytku tohoto článku.

1. Klasická logika

Pro jednoduchost zvolíme jako zástupce klasické logiky výrokovou logiku se sémantickým (tarskiánským) pojetím logického důsledku. Značit ji budeme jako Λ_K.

K tomu, abychom zkonstruovali formální jazyk klasické výrokové logiky Λ_K, budeme potřebovat nekonečnou množinou atomických formulí. Atomické formule budeme označovat symboly p, q, r, …, p_1, q_1, r_1, … Dále budeme potřebovat klasické Booleovské spojky: negace ($\neg$), konjunkce ($\wedge$), disjunkce ($\vee$), implikace ($\rightarrow$) a ekvivalence ($\leftrightarrow$), které budeme chápat v jejich tradičním smyslu, přičemž negaci a implikaci budeme považovat za základní spojky. Disjunkci, konjunkci a ekvivalenci pak budeme chápat jako zkratky pro:

$$(\varphi \vee \psi) =_{df} \neg\varphi \rightarrow \psi$$
$$(\varphi \wedge \psi) =_{df} \neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$$
$$(\varphi \leftrightarrow \psi) =_{df} ((\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi))$$

Vnější závorky budeme vynechávat vždy, když to nepovede ke snížení srozumitelnosti. Pomocí těchto spojek a atomických formulí pak budeme vytvářet složené formule. Libovolné formule budeme označovat symboly α, β, γ,… (φ, ψ, …) opět případně i s indexy. Množinu všech těchto formulí budeme nazývat jazyk L. Tento jazyk bude jazykem logiky Λ_K, která je definována klasickou sadou axiomů (resp. axiom schémat) výrokové logiky, pravidlem odvození modus ponens a odpovídající sémantikou.

[6] Správně bychom měli psát spíše nemonotónní *logika**, neboť, přísně vzato, ještě nevíme, jestli je to logika nebo ne. Prověření jejího statusu logiky je koneckonců účelem tohoto textu.

Přiřazení je ve výrokové logice funkce na množině všech atomických formulí (p, q, r, …) do dvouprvkové množiny {TRUE, FALSE}. Každé takové přiřazení může být rozšířeno na *valuaci* (popř. model), tj. funkci v na množině všech formulí do množiny {TRUE, FALSE}, která se shoduje s přiřazením na atomických formulích a rovněž respektuje chování logických spojek $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ a $\leftrightarrow$ ve složených formulích. Jestliže Γ je množina formulí, budeme psát $v(\Gamma)$ = TRUE jako zkratku pro $v(\Gamma)$ = TRUE pro všechna $\varphi \in \Gamma$.

Nechť Γ je libovolná množina formulí a φ individuální formule. Řekneme, že φ je *klasickým logickým důsledkem* Γ právě tehdy, když tu není žádná valuace (resp. interpretace) v taková, že $v(\Gamma)$ = TRUE, zatímco $v(\varphi)$ = FALSE. To zapíšeme jako $\Gamma \models \varphi$. To znamená, že klasický logický důsledek zde budeme pojímat jako *relaci* mezi formulemi, přesněji, mezi množinou formulí Γ a individuální formulí φ. Obecněji si jej můžeme vymezit následovně:

(CC) Formule φ *vyplývá* z množiny formulí Γ právě tehdy, když φ je pravdivá při ve všech interpretacích, při kterých jsou pravdivé i formule Γ.

Tato relace klasického logického důsledku je dnes již tradičně charakterizována následujícími třemi vlastnostmi[7]:

(REF) *reflexivita* (inkluze): jestliže $\varphi \in \Gamma$, pak $\Gamma \models \varphi$

(CUT) *řez* (kumulativní tranzitivita): jestliže $\Gamma \models \varphi$ a $\Gamma, \varphi \models \psi$, pak $\Gamma \models \psi$

(MON) *monotonie*: jestliže $\Gamma \models \varphi$ a $\Gamma \subseteq \Delta$, pak $\Delta \models \varphi$

Reflexivita (REF) vyžaduje, aby každá formule, která je prvkem množiny Γ, byla rovněž z této množiny odvoditelná. Jinými slovy, tato podmínka nám říká, že pokud je φ prvkem množiny Γ, pak φ je důsledkem množiny Γ.

Řez (CUT) nám říká, že pokud k Γ přidáme formuli, která je už jejím důsledkem, nijak se tím nezvýší počet možných závěrů.

Monotonie (MON) se stará o to, že pokud φ je důsledkem Γ, pak je φ také důsledkem jakékoli větší množiny, které obsahuje Γ jako svoji podmnožinu. Hlavní myšlenka v pozadí monotonie je tedy to, že ať už premisy platného argumentu rozšíříme o jakékoli dodatečné premisy, argument si stále zachová svoji platnost. Jinými slovy, žádné nové premisy nemohou odstranit dřívější závěry. To znamená, že čím více budeme mít premis, tím více budeme mít závěrů. Jak už víme, je to právě vlastnost (MON), která v nemonotónní logice selhává.

Už máme definovaný klasický logický důsledek Λ_K (CC), zbývá ještě vymezení platného argumentu, resp. argumentu obecně.

Uvedli jsme, že logika se zabývá platnými argumenty. Co to ale je argument obecně? Neformálně si *argument* můžeme vymezit jako určitý jazykový prostředek, který používáme k přesvědčování ostatních k přijetí či nepřijetí jistých tvrzení. Obyčejně se skládá z *premis* neboli tvrzení, která se buď předpokládají, nebo obecně považují za již přijatá, a *závěru* neboli

[7] Nutno zdůraznit, že tyto tři vlastnosti jsou *abstraktními* vlastnostmi klasického logického důsledku, a to v tom smyslu, že se nijak nevyjadřují k logickým spojkám ($\neg$, $\wedge$, …). Příkladem vlastnosti, která spojky zohledňuje, je např. disjunkce v premisách: kdykoli $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \varphi$ a $\Gamma \cup \{\beta\} \models \varphi$, pak $\Gamma \cup \{\alpha \vee \beta\} \models \varphi$.

tvrzení, které mají tyto premisy podporovat. V přirozeném jazyce můžeme argumenty většinou rozeznat podle specifických frází, které naznačují jejich výskyt. Mezi takové fráze patří např. „z toho plyne“, „v důsledku toho“, „vyplývá“, „takže“, „tudíž“, „tím pádem“, „tedy“ atp.

Platný argument je pak takový argument, jehož závěr je logickým důsledkem jeho premis, tj. když závěr *vyplývá* z premis. Jinými slovy, o odvození, které nás bere od premis k závěru, jenž je jejich logickým důsledkem, mluvíme jako o platném odvození. A protože platnost je vlastnost argumentů, ve kterých je závěr logickým důsledkem premis, pojem logického důsledku budeme brát za základnější koncept než platnost. Příklad platného argumentu (v Λ_K) je např.:

(1) Jestliže prší, pak je mokro.
Prší.
Je mokro.

Platný argument si můžeme obecněji vymezit následovně:

(VA) Argument $\langle \Gamma, \varphi \rangle$ je *platný argument* právě tehdy, když závěr φ je pravdivý při všech interpretacích, při kterých jsou pravdivé i premisy Γ.

Tím máme za sebou představenou Λ_K, resp. její pojetí klasického logického důsledku (CC) a platného argumentu (VA).

Nyní přikročíme k nemonotónní logice.

2. Nemonotónní logika

Pod názvem nemonotónní logika se skrývá celá rodina různě více či méně spřízněných logických systémů, které často spojuje jen jediné, a to právě selhání monotónnosti. Vzhledem k našemu cíli (tj. porovnání nemonotónní logiky s Λ_K) bude rozumné sáhnout po takové nemonotónní logice, která s klasickou logikou vykazuje co největší shodu, což nám velmi usnadní jejich následné porovnání a identifikaci vzájemných rozdílů.

Ovšem shodu v jaké konkrétní oblasti? Jinými slovy, co budeme brát jako podstatné rysy Λ_K (necháme-li monotonii stranou)? Odpověď na tuto otázku již známe z dřívějška: půjde o pojetí logického důsledku a platného argumentu (viz odpověď na otázku 3 výše).[8]

Už víme, že Λ_K se opírá o sémantické pojetí logické důsledku, a proto zvolíme takovou nemonotónní logiku, v níž rovněž dominuje sémantické pojetí logického důsledku.

Jedna z nemonotónních logik, která tento požadavek splňuje, je Shohamova preferenční logika operující s tzv. modelově-preferenční sémantikou, resp. preferenčním důsledkem (preferential consequence). Značit ji budeme jako Λ_N.[9]

---

[8] Toto není samozřejmě jediné možné kritérium. Pokud bychom zvolili jiné, např. substituci, dosáhli bychom odlišných výsledků.

[9] Nutno zmínit, že nemonotónní logika Λ_N, kterou si zde představíme, neodpovídá přesně té Shohamově, ale pouze z ní vychází. Více viz Shoham (1987).

Syntax Λ_N zůstává stejná jako u Λ_K, liší se jen definice logického důsledku. Vzpomeneme-li si, v klasické logice je logický důsledek definovaný na všech valuacích (interpretacích) nějaké odpovídající množiny premis Γ. Preferenční logika Λ_N v tomto ohledu mění pravidla hry tím, že se zaměřuje pouze na určitou podmnožinu těchto valuací, konkrétně na množinu tzv. preferenčních valuací (modelů).

Preferenční valuace jsou ty valuace, které popisují předpokládaný stav světa pro uvažujícího agenta (tj. např. že Fido bude mít čtyři nohy atd.). Jinými slovy, jsou to ty modely, které charakterizují svět splňující agentova očekávání, předpoklady, předsudky atd. Preferenční valuace tak zachycují naši dřívější myšlenku, že agent při svém každodenním uvažování nebere v potaz všechny možné modely světa, ale jen ty nejobvyklejší, nejnormálnější, které tím pádem určitým způsobem preferuje.[10]

Nyní si tento koncept preferenčních valuací, resp. preferenčního důsledku, zachytíme přesněji.

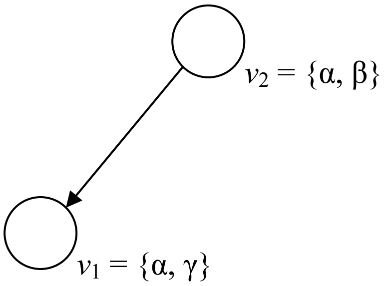
Nechť V je množina všech valuací v jazyka L, W je její podmnožina, tj. $W \subseteq V$, a nechť $<$ je ireflexivní a tranzitivní relace mezi prvky W ($<$ je relace preference). Dvojici $\langle W, <\rangle$ pak nazveme *preferenčním modelem*.

Nyní k preferenčnímu důsledku. Nejdříve si definujeme minimální prvek. Mějme libovolný preferenční model $\langle W, <\rangle$ a nechť $U \subseteq W$. Řekneme, že u je *minimální* prvek U právě tehdy, když $u \in U$ a není tu žádná valuace $v \in U$ taková, že $v < u$. Preferenční důsledek je pak definován následovně. Opět mějme $\langle W, <\rangle$ a dále množinu premis Γ a individuální formuli φ. Pak řekneme, že φ je preferenčním důsledkem Γ právě tehdy, když φ je pravdivé při všech minimálních valuacích, které splňují Γ. Formálněji to zapíšeme jako: $\Gamma \mid\!\sim \varphi$ právě tehdy, když $v(\varphi) = \text{TRUE}$ pro všechny valuace $v \in W$, které jsou minimální ve W mezi těmi, co splňují Γ. Obecněji:

(NC) Formule φ *preferenčně* (*nemonotónně*) *vyplývá* z množiny formulí Γ právě tehdy, když ve všech minimálních modelech, ve kterých jsou pravdivé formule Γ, je pravdivá i formule φ.

Na závěr si ověříme, že preferenční důsledek je skutečně nemonotónní. Mějme nějaký jazyk alespoň se třemi formulemi α, β a γ, dále $W = \{v_1, v_2\}$ a $v_1 < v_2$, přičemž při valuaci v_1 je pravdivé α a γ a při valuaci v_2 je pravdivé α a β (viz obr. 1).

[10] Na začátku textu jsme si řekli, že nemonotónní logiku lze chápat jako pokus o explikaci fráze „skákání k závěrům“. Všimněme si, že naše „preferování určitých modelů“ není vlastně ničím jiným než právě oním „skákáním k závěrům“, přičemž to, přes co skáčeme, jsou ty nepreferované, (abnormální, neobvyklé…) modely. V tomto smyslu tedy můžeme zpřesnit původní frázi „skákání k závěrům“ na „skákání přes abnormální modely k závěrům“.



Obr. 1

Tak dostaneme, že $\alpha \mid\!\sim \gamma$ vzhledem k tomu, že minimální valuace, ve které je pravdivé α je v_1, kde je pravdivé i γ. Ale $\alpha \wedge \beta \mid\!\not\sim \gamma$ vzhledem k tomu, že minimální valuace, ve které je pravdivé $\alpha \wedge \beta$ je v_2 a tam už není pravda, že γ. Jak vidíme, (MON) zde skutečně selhává.

Už nám zbývá jen definice preferenčně, resp. nemonotónně, platného argumentu. Stejně jako i v předchozím případě začneme příkladem.

Fido je pes.
Psi mají čtyři nohy.
Fido má čtyři nohy.

Úsudky jako ten výše jsou už v rámci Λ_N (preferenčně) platné. Jak je to možné? Všimněme si, že na základě premis úsudku výše není nic známo ani o obvyklosti, ani o neobvyklosti Fida, takže jsou tu vlastně jak modely, ve kterých má Fido čtyři nohy, tak i ty, ve kterých tomu tak není. My vlastně jen odhlížíme od těch modelů, ve kterých má Fido méně než čtyři nohy, a bereme v potaz jen ty obvyklé (preferované) modely, v nichž je Fido čtyřnohý. Je zřejmé, že ve všech takových modelech má Fido čtyři nohy, a tak můžeme odvodit závěr.

A odkud se potom bere ona nemonotónnost, resp. zrušitelnost daného argumentu? To si můžeme ukázat na tom, když přidáme novou premisu

(f_1) Fido přišel při autonehodě o jednu nohu.

Pak všechny modely splňují (f_1), a tedy i ty preferované modely jsou nyní těmi, v nichž je pravda, že Fido nemá všechny čtyři nohy. A tím pádem už nemůžeme nadále odvodit, že Fido má čtyři nohy. Nyní si platnost nemonotónního argumentu vymezíme obecněji.

(NA) Argument $\langle \Gamma, \varphi \rangle$ je *preferenčně* (*nemonotónně*) *platný argument* právě tehdy, když závěr φ je pravdivý ve všech minimálních modelech, ve kterých jsou pravdivé i premisy Γ.

Teď už máme vše potřebné k tomu, abychom mohli přistoupit k poslední části, a to porovnání Λ_K a Λ_N, resp. (CC) a (NC) a (VA) a (NA) a zodpovězení úvodní otázky.

Už jen letmý pohled prozrazuje, že v podstatě jediný rozdíl mezi jejich pojetím logického důsledku spočívá v tom, že zatímco v Λ_K je logické vyplývání (resp. platnost) definováno na všech modelech, v rámci Λ_N je vyplývání definováno jen na určité podmnožině všech modelů, tj. těch preferovaných, resp. minimálních.

Jinými slovy, Λ_N vznikne z Λ_K tím, že její sémantiku rozšíříme o relaci < mezi modely, čímž mezi nimi vznikne jisté uspořádání podle míry preference, resp. normálnosti. Jen pro připomenutí, myšlenka v pozadí je ta, že preferujeme ty nejnormálnější modely, tj. ty modely, které se nejvíce chovají ve shodě s našimi očekáváními.

Všimněme si dále, že nemonotónní důsledek |~ je v podstatě definován pomocí klasického monotónního důsledku |=, ovšem jen na omezené (resp. preferované) množině modelů, tj. to, co je „proměnlivé“, není platnost vyplývání (tj. relace důsledku mezi premisami a závěrem), ale premisy samotné, což odpovídá i intuicím ohledně toho, že pokud je něco logickým důsledkem něčeho, pak to tak musí být vždy. V tomto smyslu tedy můžeme říci, že nemonotónní logika Λ_N pracuje s jakýmsi „lokálním vyplýváním“, tj. vyplýváním jen na určité podmnožině všech modelů, nikoli všech modelech jako je tomu v klasické logice Λ_K.

Příčina nemonotónnosti (zrušitelnosti) Λ_N je tedy zakotvena v tom, že se spoléháme na jakési „defaultní“ modely, tj. takové modely (resp. stavy světa, pravdivostní ohodnocení), které jako agenti považujeme za nejnormálnější či nejobvyklejší.

Z toho, co jsme řekli, by mělo být rovněž zřejmé, že pokud úplně vypustíme relaci preference <, žádný model nebude preferovaný, a tím pádem budou vlastně všechny modely preferované neboli normální. To bude mít samozřejmě za následek to, že Λ_N a Λ_K (resp. jejich důsledky) budou splývat. Nebo ještě jinak, klasická logika je svým způsobem preferenční logika, která nepreferuje žádný model, a tak vlastně bere vždy v potaz všechny modely.

Tolik ke srovnání konceptů logického důsledku, se kterými Λ_N a Λ_K pracují. Nyní konečně přistoupíme k naší původní otázce, totiž zda je nemonotónní logika logikou.

Na základě zde představených výsledků odpovídáme ano, nemonotónní logika je skutečně logikou, přestože nevykazuje monotónnost. Popřít tuto skutečnost v důsledku znamená obhájit tvrzení, že k tomu, aby logický systém přestal být logickým systémem, stačí jen omezit množinu modelů (resp. zavést relaci preference mezi modely), které daný logický systém zohledňuje při definici důsledku. Jinými slovy, oponent by musel argumentovat pro to tvrzení, že vynechání jediného modelu má za následek to, že odpovídající „logika“ přestane být logikou, což se jeví jako velmi silné tvrzení.

Literatura

Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., Makinson, D. (1985) „On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions”, *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 50, No. 2, s. 510–530. <doi:10.2307/2274239>

Ginsberg, M. L. (1987) *Readings in Nonmonotonic Reasoning*. Los Altos: Morgan Kaufmann.

Hart, H. L. A. (1951) „The Ascription of Responsibility and Rights“, in: G. Ryle, A. Flew (eds.), *Logic and Language (First Series): Essays*. Oxford: Blackwell.

Chesñevar, C., Maguitman, A., Loui, R. (2000) „Logical Models of Argument“, *ACM Computing Surveys*, Vol. 32, No. 4, s. 343–387. <doi:10.1145/371578.371581>

Israel, D. J. (1980) „What's Wrong with Non-Monotonic Logic?“, in: M. L. Ginsberg (ed.), *Readings in Nonmonotonic Reasoning*. Los Altos: Morgan Kaufmann, s. 53–55.

Loui, R. (1995) „Hart‘s critics on defeasible concepts and ascriptivism“, *ICAIL ’95 - Proceedings of the 5th International Conference on Artificial Intelligence and Law*. New York: ACM Press, s. 21–30. <doi:10.1145/222092.222099>

Prakken, H., Vreeswijk, G. (2002): „Logic for Defeasible argumentation“, in: Dov M. Gabbay, F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*: *Volume 4*, London: Springer, s. 219–319.

Reiter, R. (1987): „Nonmonotonic Reasoning“, *Annual Review of Computer Science*, Vol. 2, s. 147–186. <doi:10.1146/annurev.cs.02.060187.001051>

Shoham, Y. (1987) „A Semantical Approach to Nonmonotonic Logics“, in: M. L. Ginsberg (ed.), *Readings in Nonmonotonic Reasoning*. Los Altos: Morgan Kaufmann, s. 227–250.